La matemática expulsada de la escuela [1]

David Block y Martha Dávila
Departamento de Investigaciones Educativas. CINVESTAV-IPN

Las matemáticas de Margarita

Margarita es una mujer alta, fornida, morena, de pelo corto, negro y ondulado, ojos oscuros, y su semblante se ve demacrado. Tiene 37 años, es casada y ha tenido 10 hijos cuyas edades oscilan entre los 8 y los 22 años. Ha trabajado desde muy joven en los quehaceres domésticos, lavando y planchando ajeno. Nunca fue a la escuela, no sabe leer ni escribir, y sólo conoce la representación de los números del 1 al 10.

Ella es uno de los adultos que fueron entrevistados en el Proyecto de Investigación *Conceptualizaciones matemáticas de adultos no alfabetizados* [2] que se llevó a cabo en el Departamento de Investigaciones Educativas, en el año de 1987.

Durante la entrevista, Margarita proporcionó algunos datos que se utilizaron para plantearle problemas matemáticos que resolvió acertadamente, aunque en varias ocasiones comentó no saber nada: "*Es que yo no sé nada, no puedo*".

Veamos cómo se desempeña Margarita frente a algunos de los problemas que se le plantean:

Entrevistador: *"¿Cuánto vale ahorita el camión?"* (refiriéndose a lo que cobran por el trayecto en el autobús).
Margarita: *"Pues ahorita están cobrando veinte pesos".*
Entrevistador: *"Si yo le dijera que me gasté quinientos cuarenta pesos en camiones a lo largo de todo el mes, ¿usted podría saber cuántas veces usé el camión?"*
M.: *"Sí".*
E.: *"¿Cómo?".*
M.: *"Bueno, pues haciendo la cuenta".*

[1] Tomado de *Educación Matemática* (3), vol 5, México, 1993.

[2] Ferreiro, E., Fuenlabrada, I. (responsables), Nemirovsky, M. (coordinación), Nemirovsky, M., Block, D., Dávila, M. (equipo de investigación), Proyecto de Investigación: *Conceptualizaciones matemáticas en adultos no alfabetizados*, DIE-CINVESTAV-IPN, 1987.

E.: *"¿Cómo?"*
M.: *"¿Quinientos qué, me dijo?"*
E.: *"Me gasté quinientos cuarenta pesos durante el mes, en viajes de veinte pesos. Usted, a partir de esto, ¿podría adivinar cuántas veces me subí a un camión?"*
M.: (Se queda pensativa, tiene las manos sobre las piernas, suelta la risa y dice): *"se subió veintisiete veces al camión".*
E.: *"Ahora, ¿me puede platicar cómo le hizo?"*
M.: *"Bueno pues, es que si cobran veinte pesos, cien pesos tiene cinco veintes, con cien pesos se sube cinco veces, ¿no?"*
E.: *"Ajá".*
M.: *"Entonces, si se sube diez veces son doscientos, si se sube quince veces son trescientos* (se ríe) *si se sube veinte veces son cuatrocientos pesos y si se sube veinticinco veces son quinientos pesos* (se ríe) *y sobran otros dos veintes, son veintisiete veces"* (se ríe divertida).

En la resolución de este problema cabe destacar, por un lado, la claridad muy particular en Margarita para explicitar los procedimientos que siguió para llegar a los resultados de los problemas (en general, esta claridad no se dio con todos los sujetos que se entrevistaron), y por otro lado, la habilidad que demostró en el manejo de algunos elementos matemáticos, de manera implícita, en los procedimientos que utilizó para resolver los problemas.

En este caso, el problema que se le planteó, podía resolverse con la división (540 ÷ 20). Margarita, para resolverlo, hace lo siguiente:

Reduce el problema a 100 ÷ 20. Subyace una descomposición del dividendo:

540 = 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 20 + 20

Resuelve la división 100 ÷ 20, buscando cuántas veces cabe el 20 en 100:

100 = 20 + 20 + 20 + 20 + 20

Encuentra que el 20 cabe 5 veces en el 100.

Posteriormente, se puede apreciar en su explicación el manejo de la relación proporcional entre las veces que se usa el autobús y el costo:

	Veces	Pesos
	5	100
	10	200
	15	300
	20	400
	25	500
	1	20
	1	20
Total	27	540

Fue necesario que Margarita llevara mentalmente una doble cuenta: por un lado, el número de veces que se subía al camión, y por otro, la suma de los cientos de pesos gastados.

Si se desea describir el procedimiento de Margarita con una propiedad formal de la división, puede destacarse que, implícitamente, aplica la propiedad distributiva de la división con respecto a la suma:

$$540 \div 20 = (100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 20 + 20) \div 20 = (100 \div 20) + (100 \div 20) + (100 \div 20) + (100 \div 20) + (100 \div 20) + (20 \div 20) + (20 \div 20)$$

Esta misma propiedad sustenta, junto con otras propiedades, nuestro algoritmo de la división.

Dos concepciones de lo que es hacer matemáticas

Veamos cómo resuelve el siguiente problema una niña de 4° grado de primaria:

Talía 4° C	2
Jugué 2 partidos de balero. En el	69
último juego gané 69 puntos. Con	83
los que gané en el primer juego,	154
ahora tengo 83 puntos. ¿Cuántos	
puntos gané en el primer juego?	R 154

Talía no relaciona los datos de manera adecuada, sino que aplica la suma sin entender de qué se trata el problema, usa todos los datos que aparecen en el texto, sin discriminar aquéllos que no le sirven para resolverlo. Utiliza las operaciones que la escuela le ha enseñado pero sin echar a andar su capacidad de razonamiento. Tampoco hace uso de los recursos propios que le sirven fuera de la escuela para resolver situaciones aún más difíciles.

Estos ejemplos, aunque extremos, expresan de manera muy viva un hecho inquietante: nuestros alumnos no logran resolver satisfactoriamente los problemas, aunque conozcan las mecanizaciones, mientras que las personas que no fueron nunca a la escuela, que no saben escribir ni conocen los números escritos, mayores que 10, han desarrollado una capacidad sorprendente para resolver problemas aritméticos y geométricos que tienen que ver con su vida diaria.

Frente a esto surge una primera pregunta: lo que hace Margarita para resolver problemas, ¿son matemáticas? Si por saber matemáticas entendemos sólo conocer el lenguaje convencional y los algoritmos canónicos (es decir, los procedimientos usuales para resolver las operaciones), es cierto que Margarita no sabe. Pero si, atendiendo a los objetivos señalados como prioritarios en la enseñanza escolar, definimos "saber matemáticas" como tener la capacidad de usar flexiblemente herramientas matemáticas para resolver los problemas que se nos presentan en nuestra vida, ¡vaya que Margarita sí sabe matemáticas! Según esta misma definición, nuestros alumnos egresados de primaria quizá no quedarían tan bien parados.

Está en juego aquí, entonces, nuestra concepción de qué son las matemáticas: un conjunto de contenidos definidos formalmente o una capacidad, una manera de actuar, de proceder frente a diversos problemas.

Creemos que, sin desatender la necesidad de conocer las herramientas matemáticas que la humanidad ha creado a lo largo de la historia para resolver problemas, es fundamental que analicemos nuestra concepción de lo que es saber matemáticas, centrando la atención ya no sólo en los contenidos matemáticos formales, sino también en la capacidad de pensar matemáticamente, de generar y crear procesos no canónicos para resolver problemas, justo como lo hicieron aquéllos que fueron inventando las matemáticas que hoy nos presentan los libros.

Lo que no se aprende sin la escuela

Aceptando que lo que Margarita hace sí es hacer matemáticas, así sean matemáticas con "*m* minúscula" como señala Bishop (1988), cabe hacernos dos preguntas más: ¿cómo aprendió? y, si aprendió sin la escuela, entonces, ¿para qué sirve la escuela?

Margarita aprendió a partir de enfrentarse a numerosos problemas que tuvo que resolver a lo largo de su vida. Afortunadamente, nadie la reprobó cuando ella, al hacer una compra, exigía un cambio justo usando un procedimiento no canónico. Al contrario, tuvo la satisfacción de poder saber cuánto le tenían que devolver.

Con respecto a la segunda pregunta: ¿para qué sirve la escuela?, basta con destacar la evidencia de que una persona no puede, ni a lo largo de toda su vida, reconstruir los conocimientos que muchas personas han construido a lo largo de miles de años. Los algoritmos que se nos enseñan en la escuela, por ejemplo, son herramientas matemáticas poderosas porque permiten resolver una gran variedad de problemas de una manera más económica, más rápida, y permiten también, gracias al lenguaje con el que se expresan, comunicar a los demás con precisión los procedimientos que empleamos.

A pesar de que Margarita demostró una gran capacidad para resolver problemas, sus procedimientos tienen un límite de eficacia. Necesita guardar demasiadas cosas en su memoria, y ésta, aunque está muy desarrollada, no es ilimitada.

Por otro lado, Margarita muestra dificultades para leer y escribir cantidades. Esto implica una limitación muy grande en nuestro medio, en el que la información escrita es un vehículo básico de comunicación.

Otro aspecto importante a tener en cuenta es que lo que Margarita sabe hacer lo ha aprendido a lo largo de más de 30 años de experiencias. Los requerimientos de nuestra sociedad nos hacen esperar que nuestros niños lo puedan hacer en sólo seis años.

Es claro que la escuela es necesaria, pero también es claro que no hemos logrado que cumpla satisfactoriamente su función: desarrollar la capacidad de nuestros alumnos para resolver problemas utilizando los conocimientos matemáticos con los que cuentan.

Algunas consecuencias de invalidar los procedimientos informales en la escuela

¿Por qué muchos de nuestros alumnos fracasan en la resolución de problemas si, después de todo, les enseñamos esas poderosas herramientas desde que son muy pequeños?

Numerosas personas, hoy en día, estudian las causas de este mal social y buscan formas de resolverlo. En este artículo intentamos mostrar que una de las causas que originan este complejo problema es la concepción misma de matemáticas que hemos heredado y que compartimos socialmente.

Antes de continuar, queremos hacer explícito que el hecho de que los estudios epistemológicos, psicológicos y didácticos en matemáticas nos permitan, hoy en día, cuestionar una concepción de matemáticas en la escuela primaria, no significa que consideremos que tener ese concepto es un "error" de algunos. Es, en todo caso, una construcción colectiva que, como toda concepción social, ha ido cambiando y seguirá cambiando. Sin duda, el estudio de la formación histórica de las concepciones de "saber matemático" es una importante tarea pendiente.[3]

Por otro lado, sabemos también que el mejoramiento de la enseñanza en el salón de clases no depende de un solo factor. Además de las concepciones sobre el contenido, acerca de el aprendizaje y sobre la enseñanza, hay numerosos factores que influyen, presionan, limitan o posibilitan el trabajo de los maestros (tiempos disponibles para la enseñanza, programas escolares, exámenes externos, expectativas de los padres de familia, condiciones laborales de los maestros...).

En este artículo, trataremos de mostrar únicamente cómo el desarrollo de nuestros alumnos y sus producciones en matemáticas, se pueden ver sumamente favorecidos cuando se les mira a partir de otra concepción de lo que es hacer matemáticas. Empecemos por distinguir dos problemas:

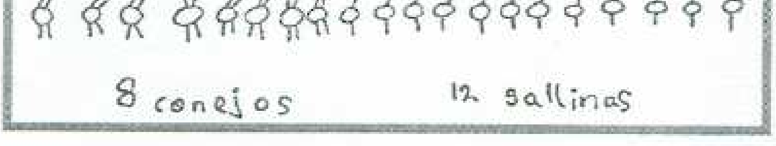
a) ¿Por qué nuestros alumnos son poco creativos en el uso de herramientas matemáticas?

Desde nuestro punto de vista, uno de los motivos importantes es, simplemente, porque no se los permitimos. En las clases de matemáticas, aun en las clases de problemas, en general se tiene la expectativa de que las cosas se hagan de un modo único, de la manera que se convino es la "matemática", que incluye la aplicación de operaciones y fórmulas. No se da cabida a otros recursos matemáticos, a aquellos procesos de matematización que los mismos niños hacen y que se expresan verbalmente o por escrito, en un lenguaje informal como el de las matemáticas de Margarita.

En un Proyecto de Formación de Maestros[4], se analizaron varios problemas resueltos por niños escolarizados, con procedimientos no convencionales. Veamos un ejemplo de las evaluaciones que se hicieron al principio:

Problema 2 — Ramón, 4º grado

En la granja de Menelao hay conejos y gallinas; cuando Menelao cuenta las cabezas de sus animales llega hasta 20; si cuenta las patas encuentra que hay 56. ¿Cuántos conejos y cuántas gallinas tiene Menelao?



[3] En el artículo *Constructivismo y educación matemática*, de Luis Moreno y Guillermina Waldegg publicado en *Educación Matemática*, (2), vol. 4, el lector podrá encontrar interesantes reflexiones acerca de algunas concepciones predominantes en la historia de cómo se producen y cómo se aprenden los conocimientos matemáticos así como la influencia de éstas sobre las prácticas educativas.

[4] Fuenlabrada, I. (responsable del proyecto ante CONACYT). Block, D., Fuenlabrada, I., Nemirovsky, M. (corresponsables del proyecto). Block, D., Carvajal, A., Dávila, M., Fuenlabrada, I., Nemirovsky, M., Parra, B., Valencia, R. (equipo de investigación), Proyecto de Investigación: *Formación de profesores sobre áreas fundamentales de la educación básica*. Financiado parcialmente por CONACYT, DIE-CINVESTAV-IPN, México, 1990.

Las opiniones acerca del procedimiento empleado por Ramón fueron las siguientes:

> *"El niño sí entendió el problema pero no pudo aplicar las operaciones; yo le pongo uno porque sí lo razonó".*
> *"Yo se lo pongo mal porque no supo hacer las operaciones aunque sí lo pudo resolver, pero pudo haber copiado".*
> *"Procedió como un niño de primero y es de cuarto; no hizo operaciones".*

Algunas veces, los alumnos resuelven los problemas de matemáticas recurriendo a estas matemáticas informales, pero muy pronto aprenden que esto es incorrecto, que debieron haber puesto "la operación". En el mejor de los casos, los alumnos siguen utilizando estos recursos a escondidas y en el peor, los dejan de hacer y, si aún no dominan otro recurso, se quedan bloqueados o eligen una operación casi al azar.

Los mismos problemas que se escogen para plantearse en la clase suelen estar "mandados a hacer" para que se aplique una operación específica. Frecuentemente, la pregunta del alumno frente al problema es: ¿con qué operación o fórmula se resolverá este problema? La búsqueda de una solución deja de ser una búsqueda creativa que adapta los elementos con que ya se cuenta.

b) ¿Por qué nuestros alumnos, en la resolución de problemas, aplican mal los algoritmos y fórmulas que ya les fueron enseñados?

Esta pregunta es todavía más difícil de contestar. Esbozamos a continuación, algunas de las razones que en nuestra opinión la explican.

- El sentido de un algoritmo está dado tanto por los problemas que permite resolver, como por los procedimientos largos y no sistemáticos que el algoritmo sustituye. Sin embargo, en la enseñanza escolar ambas fuentes del sentido de los algoritmos tienden a estar ausentes.

Los algoritmos se suelen enseñar separadamente de los problemas, e incluso antes que los problemas. Esas largas y numerosas horas que los alumnos dedican a dominar la técnica de un algoritmo fuera de contexto producen, en el mejor de los casos, destreza en una técnica algorítmica vacía de significado: aprenden a dividir con un sofisticado procedimiento, pero no saben cuándo dividir. Por otro lado, nunca se da un espacio en el que los alumnos desarrollen por sí mismos procedimientos de resolución informales, previamente a la enseñanza del algoritmo, de tal forma que el algoritmo no es para ellos una herramienta que evita esfuerzos, ahorra tiempo, etcétera.

- Un algoritmo es una forma de resolver una operación, pero la variedad de problemas que se resuelven con una operación puede ser muy grande. Aun cuando ya se identifican algunos problemas que se resuelven con cierta operación, reconocer que otros se resuelven también con ella no es nada inmediato. Implica un proceso en el que, durante un tiempo, se ponen en juego nuevamente procesos informales hasta que más adelante se descubre que aquella operación los resuelve. Cuando esto sucede, se ha enriquecido el significado que tal operación tiene para el alumno.

La resta, por ejemplo, permite resolver —entre otros— problemas en los que se quita una cantidad a otra, o aquellos en los que se desea conocer la diferencia entre dos cantidades. Estos dos tipos de problemas tienen una estructura semántica muy distinta, aunque nosotros, adultos, los vemos similares porque ya sabemos que ambos se resuelven con resta.

Aún cuando los alumnos ya hayan aprendido que los problemas de "quitar" se resuelven con resta, suelen tardar más en aprender que los problemas de "diferencia" también se resuelven con resta.

¿Y cómo lo aprenden? Justamente resolviendo estos problemas con recursos informales, es decir, *sin* usar la resta convencional. Poco a poco, los alumnos mismos identifican las relaciones comunes a ambos tipos de problemas, lo que les permite ver que la resta resuelve también los problemas de diferencia.

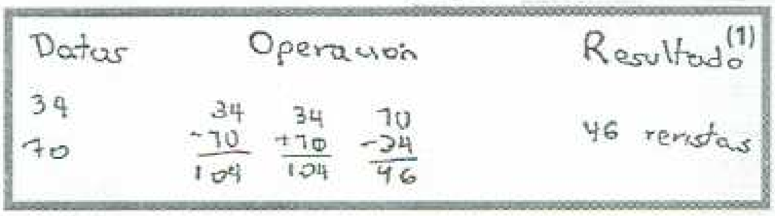
Si los alumnos han aprendido que los procedimientos informales *no son válidos*, consecuentemente ya no los usan y por lo tanto, cuando se enfrentan a los muy numerosos problemas en los que todavía no logran identificar "la operación" con la que "se deben" resolver, recurren al descifrado de pistas (dadas por el maestro o por el texto mismo), o bien, a la selección al azar.

Una de las profesoras que participó en el proyecto de formación de maestros antes citado, planteó a sus alumnos de 3er. grado (42 niños) un problema de diferencia, adviertiéndoles que lo podían resolver como ellos quisieran. El problema era el siguiente:

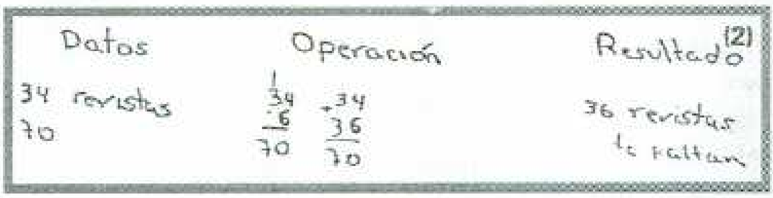
"Chayo está juntando revistas usadas para luego llevarlas a vender. Quería juntar 70 y apenas tiene 34. ¿Cuántas revistas necesita para completar 70?

De las 42 resoluciones de los alumnos, en seis no se supo lo que hicieron para resolver el problema. Sólo habían anotado el resultado, algunos correcto y otros no. Diecisiete niños lo resolvieron con resta, obteniendo el resultado correcto.

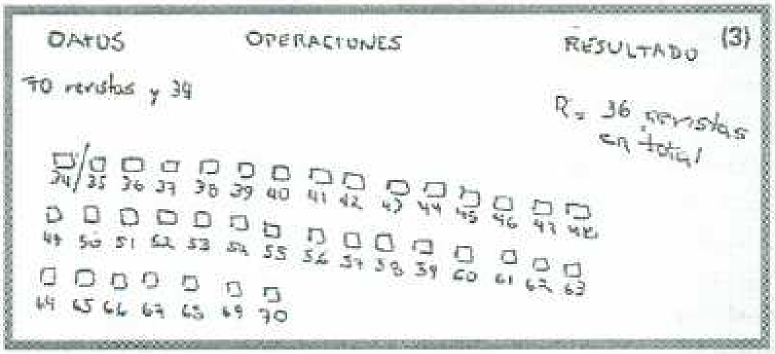
Cinco niños intentaron resolverlo con la resta, pero no lo lograron ya que no supieron cuál era el minuendo, o se equivocaron al restar. Probaron varias formas sin llegar al resultado, por ejemplo: **(1)**



Dos niños resolvieron el problema por complemento aditivo, es decir, buscaron un número que, sumado al 34, dé 70. Hacen lo siguiente: **(2)**

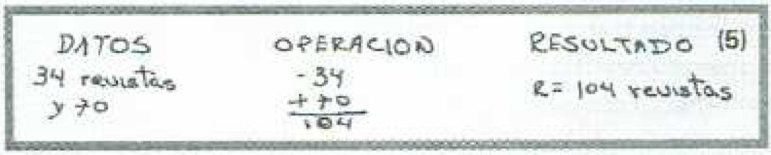


Tres niños resolvieron el problema también por complemento aditivo, pero a través de dibujos o números. Estos niños partieron del 34, sabían que ya tenían esas revistas así que completaron las que les faltaban para tener 70 y luego las contaron. Por ejemplo: **(3)**



Otros dos niños resolvieron el problema también por complemento aditivo, pero éstos no podían todavía partir del 34 como los anteriores. Para ellos era necesario dibujar las setenta revistas o escribir la serie del 1 al 70, separar las 34 que ya tenían y contar las revistas que les faltaban para llegar al 70. Por ejemplo: **(4)**

Y por último, siete niños utilizaron una suma y escribieron como respuesta al problema el resultado de la misma. De estos siete niños, cinco manejaron el algoritmo correctamente y dos se equivocaron al sumar. Por ejemplo: **(5)**



Al ver estos resultados, los participantes en el taller se mostraron, en general, desalentados:

"...No saben leer".
"Todos tienen la idea o será que no saben hacer operaciones".
"Es que la mayoría está en la calle de la amargura..."
"Yo sólo pasaba a los 17 que restaron convencionalmente".
Están mal, "porque se supone que ya se les dio el concepto de la resta, ya saben qué es la diferencia, se supone que ya saben porque han practicado en segundo año con problemas bien sencillos y ya saben cómo hacerla, colocar el mayor arriba porque es al mayor al que se le va a quitar, y son niños de tercer año los que lo hicieron, ya deberían de saber".
"Tienen una resolución muy infantil porque usan los dedos, y aquí siguen en esta etapa..."
"Para estar en tercer año los niños no deberían de trabajar de esa manera; lo que les falla a estos niños es usar números..."

Estos comentarios expresan de manera clara la expectativa, con respecto a la resolución de problemas, de que los alumnos utilicen desde el primer momento "la operación" que los resuelve. Se considera que los que llegaron al resultado correcto a través de procedimientos no convencionales están atrasados en su aprendizaje. Se subvalora el hecho de que esos niños hicieron un razonamiento adecuado para resolver el problema, relacionaron los datos correctamente, y que los procedimientos informales que utilizaron son una parte del proceso que los llevaría, más adelante, a aplicar un algoritmo. Seguramente, si se les hubiera limitado a usar "la operación", estos niños no hubieran logrado llegar a ningún resultado, o bien, hubieran dado uno sin relación con el problema.

Referencias bibliográficas

Algunos trabajos de investigación que, desde distintas perspectivas, estudian un acercamiento a la enseñanza de las matemáticas a partir de la problematización son:

Balbuena, H., *Análisis de una secuencia didáctica para la enseñanza de la suma de fracciones en la escuela primaria,* Tesis de maestría, Sección de Matemática Educativa, CINVESTAV-IPN, México, 1988.

Bishop, A., *Mathematical in culturation. A cultural perspective on mathematics education,* Clumer Academia Publishers, Netherlands, Holanda, 1988.

Block, D., *Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria,* Tesis de maestría, Departamento de Investigaciones Educativas, CINVESTAV-IPN, México, 1987.

Brousseau, G., "Problèmes de didactique des décimaux", en *Recherches en didactique des mathematiques,* vol. 21, Francia, 1981.

Dávila, M., *Situaciones de reparto: una introducción a las fracciones.* Tesis de licenciatura, SEP–UPN, México, 1991.

Freudenthal, H., *Didactical phenomenology of mathematical structures,* Reidel, The Netherlands, Holanda, 1983.

Fuenlabrada, Irma., e Irma Saiz, *Sistemas de numeración, suma y resta. Un estudio experimental,* Tesis de maestría, Sección de Matemática Educativa, CINVESTAV-IPN, México, 1981.

Gálvez, G., *El aprendizaje de la orientación en el espacio urbano. Una proposición para la enseñanza de la geometría en la escuela primaria,* Tesis de doctorado, Departamento de Investigaciones Educativas, CINVESTAV-IPN, México, 1985.

Gravemeijer, K. y otros, "Contexts Free Productions. Tests and Geometry" en *Realistic Mathematics Education,* Research Group for Mathematical Education and Educational Computer Center, Universidad del Estado de Utrecht, The Netherlands, Holanda, 1990.

Vergnaud, G., *El niño, la matemática y la realidad,* Trillas, México, 1991.