V. CONOCIMIENTO SOBRE LAS FRACCIONES PONDERACIÓN A PARTIR DE UNA SITUACIÓN DE MEDICIÓN

Daniel Eudave y
Alicia Avila

La importancia de las fracciones

Un contenido indispensable en la educación básica de jóvenes y adultos es el de los números fraccionarios, tanto por sus múltiples usos en la vida diaria como por su importancia en el conjunto de los saberes matemáticos.

La literatura sobre el tema ha afirmado una y otra vez que existe una gran variedad de situaciones que requieren del uso de las fracciones: las situaciones de medida, de reparto, las comparaciones parte-todo, las comparaciones mediante razones, el uso de las fracciones como un operador todas ellas necesarias para extender la comprensión del número y para enfrentar diversas tareas cotidianas (Llinares 2005). El amplio espectro conceptual de las fracciones muestra su riqueza y su potencial tanto al interior del sistema matemático como la aplicabilidad a la vida cotidiana. Sin embargo, tal riqueza conceptual es al mismo tiempo uno de los principales factores que contribuyen a su complejidad y que explica la dificultad que presentan muchos estudiantes al enfrentar este tipo de números (Charalambous y Pitta-Pantazi, 2007). Una dificultad adicional que mencionan autores como Charalambous y Pitta-Pantazi, es la inclusión de una simbología especial para expresar de números.

La vida cotidiana es también espacio de actividades de reparto, medición y comparación, en las que están presentes unidades de medida muy utilizadas y conocidas por personas de todas las condiciones escolares y sociales: la compra y venta de productos que se miden en kilogramos o en litros, situaciones de medición con base en el metro y sus submúltiplos, la medición del tiempo, por señalar sólo las más comunes.

Como ya se dijo, las fracciones son un contenido de considerable dificultad en la instrucción *regular* de niños y de jóvenes. En su Informe Anual de 2006, el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE, 2006), señala respecto a los resultados obtenidos por los niños de sexto grado lo siguiente:

> ♦ *En el eje temático de Números, sus relaciones y sus operaciones, los estudiantes muestran un mejor desempeño;* ***dentro de este eje, el tema de mayor dificultad es el de fracciones***[1]*. Por otra parte, en el eje de medición, los estudiantes tienen un desempeño adecuado en el cálculo de perímetros, áreas y volúmenes, pero evidencian dificultades en la conversión de unidades de medición. (p. 203)*

El mismo informe señala dificultades similares mostradas por los alumnos de tercer grado de secundaria,

> ♦ *Se observó un desempeño muy deficiente de los estudiantes relacionado con: el seguimiento de instrucciones para la construcción de figuras y elementos geométricos; la identificación de los cambios de longitud, área y volumen de una figura o cuerpo geométrico, al reducirlo o aumentarlo a escala; la*

---

[1] Las negritas son nuestras.

solución de problemas donde se requieren utilizar ***equivalencias entre unidades de medida; y, con el uso de fracciones***[2]. (p. 206)

De las diferentes formas de interpretar las fracciones - ya sea como relación parte-todo, razón, operador, cociente o medición - la noción de fracción asociada a la medición es la que según el estudio reciente de Charalambous y Pitta-Pantazi (2007), presenta la mayor dificultad, mientras que la noción de fracción como partición o como relación de una parte con el todo, es la más fácil de comprender. Lo anterior coincide con su modelo teórico que considera que la noción de parte-todo y el procedimiento de partición son fundamentales para desarrollar la comprensión de las demás formas de entender una fracción.

Al igual que en educación infantil, el aprendizaje de las fracciones en jóvenes y adultos de escasa escolaridad es un gran reto. En un estudio reportado por Avila (2006), se menciona que los adultos de escasa o nula escolaridad son capaces de manejar con éxito fracciones que impliquen una partición en dos, como son los medios y los cuartos (la mitad de la mitad), y en algunas ocasiones los *medios cuartos* (expresión cotidiana de los adultos para referirse a la mitad de un cuarto, o lo que es lo mismo a 1/8), tanto en situaciones de reparto como de medición:

> *Si de medios y cuartos se trata, en general se muestran conocimientos sobre las fracciones y cierta destreza en su manejo, esta destreza se extiende, disminuida, a los medios cuartos. Sin embargo, estos saberes tienen acotaciones: están asociados fundamentalmente a medir con el kilo y el litro –actividades que parecen ser más relevantes en la vida cotidiana- y no siempre son trasladados a otros contextos, como el de la medición de la longitud. De tal suerte que un buen número de personas no logró establecer la relación entre el metro y el cuarto de metro, a pesar de que en contexto de peso y capacidad establecieron fácilmente la relación 1 = 4/4. (Avila, 2006, p. 26)*

Esta autora señala también el escaso o nulo reconocimiento de fracciones con denominadores diferentes a 2 y 4, aún tratándose de divisiones muy simples como las particiones en tercios. En relación con esto último, cabe señalar que para la gran mayoría de las personas entrevistadas en el estudio de Avila, la palabra tercio no tiene ningún significado o éste está totalmente alejado de la aritmética: un tercio es un hato o carga, no una relación cuantitativa entre cantidades (cf. Avila, 2006).

Considerando lo anterior, tal vez no deban sorprendernos los resultados obtenidos con los jóvenes y adultos entrevistados en este estudio, los cuales muestran un escaso manejo de la noción de fracción en una situación de medición (ver adelante). Sin embargo para tener una comprensión suficiente de los procesos y las dificultades de aprendizaje conviene analizar con cuidado sus peculiaridades, es lo que hacemos en seguida.

La tarea presentada

La tarea que se presentó a los 28 jóvenes y adultos entrevistados durante la investigación fue relativamente sencilla: consistió en el análisis y comparación de tres números fraccionarios en una situación de medición presentada por escrito. Planteamos una situación en este contexto porque en el estudio de Avila (2006) antes citado se constató que el de medición es un ámbito de mayor aplicabilidad en la vida cotidiana que el de partición o relación parte-todo. Las fracciones elegidas

---

[2] Las negritas son nuestras.

tenían que ver también con el hecho de que los medios y los cuartos tienen una amplia aplicabilidad cotidiana. La fracción 5/8, en cambio, fue incluida con el fin de incorporar algún elemento que mostrara si la escolaridad había tenido algún impacto en el manejo que hacen las personas de estos números. La situación fue la siguiente:

> En una ferretería hay clavos de las siguientes medidas:
>
> - ¾ de pulgada
> - ½ pulgada
> - 5/8 de pulgada
>
> ¿Cuál es el clavo más grande? ________
> ¿Cuál es el clavo más chico? ________
>
> Ordene las medidas de los clavos, de la más grande a la más chica:
>
> ________, ________, ________

La primera tarea solicitaba identificar la fracción mayor y la menor teniendo como referencia una misma unidad, en este caso la pulgada. A partir del "todo" que implica una pulgada, lo procedente sería identificar la correspondencia de cada uno de los clavos con diferentes particiones de la unidad: medios, cuartos, octavos (*medios cuartos en el lenguaje coloquial de los adultos*). Reconocido el sentido de cada una de las posibles subdivisiones de la unidad, parece sencillo identificar cuál es el clavo más chico y cuál el más grande. Sin embargo, al no ser ésta una acción que implique una partición de un objeto concreto (en este caso los clavos), sino una subdivisión de una unidad de medida que actúa sólo como referencia, se le confiere a la situación un nivel de abstracción y dificultad mayor.

Era factible esperar que las personas familiarizadas con los medios y cuartos en contextos cotidianos - como en la medición de líquidos o incluso del tiempo - pudieran reconocer que ½ de pulgada es menor que ¾ de pulgada, sin embargo, parece que el tránsito a una situación escrita no es directa. Además, otros factores puedan estar incidiendo en la dificultad observada: en el libro de texto del adulto en el que se hace un tratamiento amplio de las fracciones titulado *Fracciones y porcentajes* (INEA, 2003), hay muy pocos ejemplos o actividades que permitan reconocer todas las posibles formas de concebir a las fracciones y sus relaciones, incluyendo las asociadas a los contextos de medición[3].

No obstante que los números involucrados en las medidas de los clavos son muy sencillos, las dos actividades solicitadas en este problema (identificar el clavo mayor y el menor, y ordenar los tres clavos conforme a su medida), resultaron más difíciles de lo que se esperaba, sobre todo porque una porción considerable de los entrevistados ni siquiera reconoció la escritura correspondiente a las fracciones, esto es, no se reconoció a las fracciones como números con una simbología especial de la forma a/b que representan una relación multiplicativa entre dos enteros. En principio, y conforme al

---

[3] El texto *Fracciones y porcentajes* contiene 37 lecciones: 16 corresponden al tema de fracciones, y de estas, nueve tratan sobre el significado de las fracciones a partir principalmente de situaciones de partición y de la relación parte-todo, utilizando como principal recurso de explicación y ejercitación, a las graficas de pastel y rectángulos cuadriculados; 7 lecciones presentan los algoritmos convencionales de la suma, resta, multiplicación y división de fracciones. Un tema que se relaciona en parte con el de fracciones, el de Razones y proporciones, se trata en 8 lecciones.

currículum de la EBPJA, todos los participantes en la investigación deberían haber estado en contacto con estos números.

Resultados

Ninguno de los entrevistados pudo resolver el problema de los clavos de manera satisfactoria, únicamente tres de ellos dieron las respuestas correctas pero con la ayuda de los entrevistadores. No obstante lo anterior, y aun con lo elemental de sus procedimientos, en la mayoría de los estudiantes participantes se aprecian diferentes tipos y niveles de comprensión - unos más alejados de la noción de fracción que otros - sin llegar ninguno a comprender cabalmente este concepto.

Uno de los aspectos más notorios es el desconocimiento del sentido y la representación habitual de las fracciones. En efecto, muchos de los jóvenes y adultos entrevistados, pareciera que ni siquiera las reconocen como números, sino como *una forma de etiquetar* propia de ciertas áreas laborales, como la construcción, o la mecánica. Ejemplos de esto son los tamaños de ciertas herramientas e implementos, como tuercas, tornillos, llaves, llantas de automóviles u otros instrumentos de trabajo, que se identifican mediante fracciones. Podemos decir que muchos de estos jóvenes y adultos consideran a las fracciones como "etiquetas" de algo, sin que representen un valor cuantitativo específico.

También se detectó en varios de los entrevistados escasa familiaridad con el contexto de la pregunta, en especial el uso de las pulgadas, pues al parecer no a todos les quedaba claro que se trata de una unidad de medición de longitudes. La mayoría también demostró un desconocimiento de los tamaños de los clavos existentes en el mercado. Aunque conocer o no los tamaños de éstos no parece ser un impedimento para su compra y uso adecuado, al respecto Avila refiere lo siguiente:

> *Varias mujeres, al no poder ofrecer una respuesta, argumentaban que cuando necesitan comprar clavos, llevan la "muestra" y no necesitan dar la medida"* (2006, p. 27).

Antes de proceder a la exposición de resultados conviene enfatizar una cuestión: como señalan Charalambous y Pitta-Pantazi (2007) u otros muchos investigadores que han trabajado en este tema desde los años 1980, la noción más intuitiva de fracción identificada en los niños se relaciona con el proceso de partición y la noción parte-todo. Y en la población infantil la idea de medida asociada a las fracciones es de mucha mayor dificultad. Charalambous y Pitta-Pantazi – coincidiendo con posturas previas - consideran también que, en parte, dichas tendencias se explican por la preponderancia dada en el curriculum y en los libros de texto a las tareas y representaciones vinculadas con el significado parte-todo de las fracciones. Una orientación similar se encuentra en el libro del adulto titulado *Fracciones y porcentajes* (INEA, 2003) que se utiliza en el EBPJA, por lo que puede suponerse que en el sistema educativo estas personas no tendrán mucha posibilidad de vincularse con las fracciones en el contexto de medición.

Sin embargo, en las personas adultas, según el estudio multicitado de Ávila, la noción de fracción más desarrollada – debido a su utilidad cotidiana - parece ser la asociada a acciones de medición, principalmente si se trata de la medición con el litro y el kilo, aunque los conocimientos y habilidades mostrados incluso en estos contextos son escasos y locales:

> *"Las fracciones, como un sistema que implica relaciones de orden y equivalencia, no va más allá de los medios, los cuartos y los medios cuartos; fuera de este ámbito, lo más frecuente es que las fracciones expresen denominaciones y no relaciones" (Avila; 2006; 30).*

Es decir que, según nuestras hipótesis, la situación planteada en esta investigación – aun estando referida a pulgadas y clavos - movilizaría conocimientos y estrategias desarrolladas en la vida cotidiana. Por supuesto, en este ámbito tiene predominancia la oralidad, pero era válido esperar que la acción de la escuela habría agregado la parte escrita que también nos interesaba indagar.

A partir de las respuestas, que reflejan comprensiones diversas, se hizo una clasificación de los entrevistados en cuatro grupos. La clasificación no tiene el sentido de una jerarquía, el objetivo es sólo presentar de una manera ordenada los datos, dando visibilidad a los distintos niveles de manejo del tema que identificamos en el conjunto de las personas entrevistadas. A continuación se presentan los cuatro grupos y en seguida se procede a una explicación y ejemplificación de cada uno.

Grupo A	No se reconoce lo que es una fracción (se observa dificultad con los simbolismos y su significado).
Grupo B	Las fracciones se interpretan como dos números absolutos (no se reconoce la relación que hay entre los números que forman la fracción).
Grupo C	La fracción se interpreta a partir del denominador (mientras más grande sea el denominador, más chica la fracción, pues "se parte en más partecitas").
Grupo D	Reconocimiento de la fracción como una parte de la unidad.

Grupo A. No reconocimiento de que es una fracción (dificultad con los simbolismos y su significado).

En este grupo ubicamos a siete mujeres adultas que no reconocieron lo que es una fracción, al grado de que hubo quien no pudo ni leer correctamente las expresiones mostradas, y por tanto, tuvieron mucha dificultad para distinguir los valores mayor y menor y hacer la correspondiente ordenación.

Grupo A. No reconocen lo que es una fracción (presentan dificultad con los simbolismos y su significado)				
Sujeto	**Centro**	**Nivel**	**Edad**	**Ocupación**
Araceli	Escuela Nocturna	P	43 años	Empleada doméstica
Guadalupe	Escuela Nocturna	P	27 años	Empleada doméstica
Marcela	INEPJA Rural 2	S	43 años	Hogar
Lourdes	INEPJA Rural 2	P	50	Hace el aseo en un negocio
Estrella	INEPJA Urbano	P	55	Hogar, tiene una tiendita
Maricela	INEPJA Urbano	S	60	Hogar
Rita	Escuela Nocturna	P	64	Empleada doméstica

El caso más extremo es el de Araceli, que como tuvo muchas dificultades con los primeros reactivos de la entrevista, no alcanzó a responder el de las fracciones, pero en un problema más sencillo que se le presentó oralmente y a partir de una situación muy cotidiana que implicaba fracciones, tampoco fue capaz de responder:

> Entr: Voy a empezar: si tú compras medio kilo de jitomate te lo dan a $9, ¿a cuánto te darán en kilo?
> Araceli: Si compro medio me lo dan a 9?, como a 7... el medio... ¿el kilo me pregunta?
> Entr: Sí
> Araceli: El kilo... como a 20 pesos, porque ahorita está caro el jitomate
> Entr: Y si te dan a 20 el kilo, ¿entonces a cuánto te darán el medio kilo?
> Araceli: ¿Medio kilo?
> Entr: Sí
> Araceli: ¿El medio a cómo le lo van a dar?
> Entr: Sí
> Araceli: Como a siete, ¿no?
> Entr: ¿Y el cuarto?
> Araceli: ¿El cuarto?... como a... como tres tomatitos me darían, así (señala con su mano, como mostrando que le darían muy poco)... serían como 7 pesos, porque le digo que ahorita está caro
> Entr: ¿Y a cuánto te darían ¾ de kilo del tomate?... seguimos con el tomate, de 20 pesos el kilo, es el precio que tú le pusiste
> Araceli: ¡Ay, maestra! (se ríe)
> Entr: Ya nada más es ésta con el tomate, te pedí el precio de ¾ de kilo
> Araceli: (piensa) Tres cuartos... como 30, ¿no?
> Entr: ¿Treinta pesos?, ¿Te lo darían más caro que el kilo que costó a veinte?
> Araceli: (Se queda pensativa) como a 30 sería, los tres cuartos.
> [entrevista a Araceli, 43 años, empleada doméstica, NP]

Aunque algunas de las entrevistadas ubicadas en este grupo señalan que han estudiado las fracciones o que en algún momento las han usado, tienen muchas dificultades para entender y resolver el problema de los clavos:

> Entr: Le solicita resolver el problema de la ferretería
> G. Lee: En una ferretería hay clavos de tres-cuatro pulgadas; de uno y medio pulgadas, de 5-8 (cinco ocho) pulgadas (lentamente, parece que se le dificulta leer el problema).
> Entr: (Lee de nuevo el problema, luego dice): "¿No te acuerdas de estos números?"
> G. Sí estuvimos estudiando las fracciones hace poco
> Entr: Bueno, a lo mejor esto te sirve de repaso... (vuelve a leer el problema), ¿entonces, cuál es el clavo mas grande?
> G. Mmm, según yo creo que el de <u>uno y medio de pulgada</u> (así lee)
> Entr: No es uno y medio es un medio
> G. Un medio de pulgada (enfática), ese es el más grande, según yo
> Entr: ¿Por que?
> G. Porque el otro mide 3-4 y... (se queda callada, su expresión muestra que no comprende del todo el problema) el otro mide 3-4 y el otro 5-8
> Entr: ¿Y por eso es más grande?
> G. Sí, según yo
> [entrevista a Guadalupe, 27 años, empleada doméstica, NP]

Para fundamentar su respuesta, algunas de estas mujeres recurren a conocimientos extra-matemáticos, que de todas formas no les permiten lograr una comprensión de este tipo de números ni llegan a la respuesta correcta:

> Entr: Muy bien, ahora quisiera que me dijera: ¿Usted conoce los clavos, los tornillos...?
> Rita: Sí
> Entr: Bueno, entonces le voy a leer el siguiente problema, es de clavos, ¿o quiere leerlo usted?
> Rita: (Lee el problema de los clavos, lo hace bastante bien, sólo que no sabe leer las fracciones, lee de la siguiente manera: 5-8, 3-4, 1-2)

Entr: Mire, le voy a decir cómo se leen esos números; éste (señala ¾), se lee tres cuartos, éste (señala ½) se lee un medio; éste (señala 5/8) se lee cinco octavos

Rita: (Repite en voz baja cada uno de los "nombres" de las fracciones. Luego dice): Nunca las había visto así (escritas)

Entr: Bueno, ahora sí vamos a leerlo otra vez (leen juntas el problema)

Rita: Es más grande éste (señala 5/8), luego éste (señala ¾)

Entr: ¿Y cómo sabe que son más grandes?

Rita: Pues porque cuando compro así los pido

Entr: ¿Y el más chico entonces cuál es?

Rita: Éste (señala un medio)

Entr: ¿Y si ya no nos fijamos en el de un medio, sólo en el de 5/8 y el de ¾, cuál es el más grande?

Rita: El mediano es el de 3/4 , de pulgada

Entr: ¿Cómo sabe que es el mediano?

Rita: Por cuando los pide uno, porque ¾ de pulgada es para cuando techan con láminas de asbesto

Entr: ¿Y el de 5/8?

Rita: Ese es para madera, más gruesa, como para los polines

[Entrevista a Rita, 64 años, hogar, NP]

Este tema es reconocido con frecuencia por los usuarios de la EBPJA como uno de los de mayor dificultad, al grado que cuando se les preguntó qué sugerían cambiar de sus clases de matemáticas, Marisela dijo lo siguiente:

Marisela: No pues lo que quisiera cambiar son otros quebrados.

Entr: Otros quebrados.

Marisela: Los quebrados, antes yo los hacía pero ahora ya no me acuerdo.

Entr: Ya no se acuerda…

Marisela: Yo sé que eran sumados, restados, multiplicados, pero pues ahora ya no me acuerdo ya. Es lo único, fíjese, porque este, las divisiones me acuerdo, las restas, las multiplicaciones, las, todo eso me acuerdo, de las sumas y todo.

[Entrevista a Marisela, 60 años, hogar, IS]

Las personas ubicadas en el grupo A tienen varias características en común: el rasgo más notorio es que todas son mujeres y representan el grupo de más edad; cinco son de origen rural y dos nacieron y crecieron en un ambiente urbano marginal. Sólo aparecen dos ocupaciones: las labores del hogar y las empleadas domésticas. Varias de estas mujeres no hicieron la primaria en la infancia, o sólo los primeros grados. En otras palabras, son el grupo con mayor nivel de marginación social que, al parecer produce marginación del saber matemático.

Grupo B. Interpretación de las fracciones como un par de números absolutos: no se reconoce la relación existente entre los números de la fracción

El error que se hizo evidente con más frecuencia fue el de dar sentido a las fracciones a partir del valor absoluto de los números que las forman, ya sea haciendo referencia únicamente al numerador, al denominador o a ambos, pero sin establecer la relación correspondiente entre ellos. Las personas ubicadas en este grupo pueden nombrar las fracciones de manera adecuada (algunos con cierta dificultad): cinco octavos, un medio, tres cuartos, pero no están seguros de su valor. Aquí agrupamos a 14 de los 28 entrevistados.

Es interesante señalar que otros estudios identificaron hace tiempo que éste es también un error frecuente en niños y jóvenes. Por ejemplo, Hart (1981) señala:

> *Un error común al tratar con fracciones equivalentes es ver el tamaño del numeral del numerador y el tamaño del numeral del denominador, pero no la razón entre los dos. En cada año, veinte por ciento de cada grupo de edad de 12 y 13 años, negaron la equivalencia entre 5/20 y ¼, y 20% dijeron que 4/8 era más grande que 2/4. (p. 72)*

En la siguiente tabla se anotan los jóvenes y adultos que dieron este tipo de respuesta, y sus características.

Grupo B. Interpretan las fracciones como números absolutos (no reconocen la relación que hay entre los números de la fracción).				
Sujeto	**Centro**	**Nivel**	**Edad**	**Ocupación**
Isaura	INEPJA Rural 2	P	15	Hogar
Gisela	INEPJA Rural 1	S	17	Obrera
Gildardo	INEPJA Rural 1	S	16	Albañil
Anaí	INEPJA Semi-rural	S	16	Empleada en una tienda
Graciela	INEPJA Semi-rural	S	15	Estudiante
Bernardette	CEA	S	17	Hogar
Francisco Luís	CEA	S	17	Estudiante
Angel	INEPJA Urbano	S	15	Estudiante
Dolores	INEPJA Urbano	S	57	Hogar
Elba	INEPJA Rural 1	S	32	Hogar
Samuel	CEA	P	27	Yesero
Concepción	CEA	S	33	Empleada doméstica
Esmeralda	INEPJA Semi-rural	S	50	Hogar
José	Escuela Nocturna	P	35	Conserje en un condominio

En concordancia con la lógica subyacente a su lectura, en su mayoría estos jóvenes y adultos dijeron que la fracción más grande es 5/8, y que la menor es ½ (5 y 8 son los números más grandes, 1 y 2 son los menores). Al solicitárseles ordenar las tres fracciones, varios dudaron de sus afirmaciones y cambiaron la respuesta del valor mayor o del menor, otros sin titubear simplemente las ordenaron como 5/8, ¾ y ½ (de mayor a menor en su interpretación).

> Elba: [El problema] Dice: ¿cuál es el clavo más grande?, pues el de cinco octavos de pulgada.
> Entr: Ah, ¿hay alguna razón por la que usted cree que es más grande?
> Elba: *Pos* porque, pues es más grande el cinco y el ocho que el uno y dos, es más grande la pulgada.
> Entr: Mm.
> Elba: Porque éste es, uno y medio de pulgada y éste es tres cuartos de pulgada… sería más grande el cinco octavos de pulgada, el más grande.
> Entr: […] ¿Por los números se guió?
> Elba: Sí.
> Entr: Entonces me decía que para usted el más chico es media pulgada ¿verdad?
> (ella tiene escrito ½, ¾, y 5/8 como respuesta a la última pregunta, sólo que aclaró que los escribió del más chico al más grande)
> [entrevista a Elba, 32 años, hogar, IP]

Al solicitarles explicar su respuesta, es frecuente que se observe la lógica que lleva a entender las fracciones como dos números independientes:

Entr: De media pulgada… ¿cómo sabes que el de 5/8 es mas grande que ¾ y que el de ½?
Francisco Luis:. Pues… (se ríe) por el número, ¿no?
Entr: ¿Cuál número?
Francisco Luis: El 5/8
Entr: ¿Por qué crees que 5/8 es más grande que ¾ y que ½?
Francisco Luis:Pues por el número, que es más grande
Entr: 5/8 dices que es más grande, ¿pero cómo sabes que ese número es más grande…?
Francisco Luis: Silencio (se ríe)… pues no sé…
Entr: ¿No sabes?
Francisco Luis: No, pos es como si fuera 58 y 34
Entr: Éste (señala 5/8) ¿es como 58?
Francisco Luis: Pues sí (no muy seguro)
Entr: ¿Y este es como si fuera 34? (señala ¾)
Francisco Luis: Sí (se ríe)
[entrevista a Francisco Luis, 17 años, estudiante, US]

La idea de que 5/8 es la fracción mayor y ½ la menor resultó muy persistente, aun cuando se confrontó a las personas con sus respuestas, o cuando ellas buscaron sin lograrlo, alguna explicación apoyándose en algún tipo de representación gráfica:

Entr: O.K., ahora vamos a ver éste, se trata de los clavos que venden en una ferretería (le da la hoja)
Anaí: (Lee en silencio durante unos dos minutos, luego anota):

¿Cuál es el clavo más grande? 5/8
¿Cuál es el clavo más chico? 1/2

Entr: Quiero que me platiques un poco por qué crees que el de cinco octavos es el más grande y que el de un medio es el más chico
Anaí: Pues porque es el más grande, el de cinco octavos
Entr: ¿Y cómo sabes que es más grande?
Anaí: Pues… no sé, de verlo
Entr: Pero qué es lo que viste para decir que es más grande
Anaí: Pues nomás vi
Entr: ¿Y qué es lo que ves en cinco octavos para que sepas que es más grande que un medio?
Anaí: Pues que es más grande que un medio
Entr: Bueno, ahí ves que es más grande que un medio, ¿y que tres cuartos?
Anaí: Pues un medio es más chico que tres cuartos
Entr: ¿Y tres cuartos es más chico o más grande que cinco octavos?
Anaí: Más chico
Entr: ¿Por qué?
Anaí: Pues no sé…
Entr: Bueno, mira, te voy a dibujar estas líneas aquí y te voy a pedir que tú dibujes los clavos del tamaño que dicen las fracciones
(la entrevistadora dibuja tres segmentos de recta del mismo tamaño, luego Cristina dibuja los clavos, no recurre a fraccionar las líneas, ni a tratar de estimar los tamaños que serían pertinentes, sólo dibuja clavos de lo que ella cree es la longitud que se señala):

Entr: ¿Cuál es el clavo de cinco octavos?
Anaí: Éste (señala el de arriba)
Entr: ¿El de tres cuartos?
Anaí: Éste (señala el segundo)

Entr: ¿Y el de un medio?
Anaí: Éste (señala el tercero)
Entr: Lo que no me has dicho es por qué éste mide cinco octavos…
Anaí: Pues… porque lo dibujé más grande
Entr: ¿Y el de un medio, como sabes que mide eso?
Anaí: Pues porque lo dibuje chico (se ríe)
[entrevista a Anaí, 16 años, empleada en un tienda, IS]

Ninguno de los participantes dio una explicación basada en una interpretación relacional de las fracciones. Si acaso, algunos relacionaron los valores con su conocimiento de los clavos o tornillos:

Bernardette: […] *¿Cual es el clavo más grande?* Pues el de 5/8
Entr: ¿Y el más pequeño?
Berardette: El de ¾
Entr: ¿Cómo sabes, o por qué crees que el de 5/8 es más grande?
Bernardette: Porque el de 5/8 es así (hace un además indicando el tamaño)…
Entr: ¿Es así? (hace el mismo ademán)
Bernardette: Si, por ahí…
Entr: Más o menos… ¿tú ya los conoces?
Bernardette: Si, pues antes trabajaba en una ferretería y el de 3/8 es así…
Entr: ¿Más chico?
Bernardette: Sí
Entr: ¿El de 5/8 es más grande?
Bernardette: Sí
Entr: ¿Y el de ½ dónde quedó?
Bernardette: Pues por ahí, es el más chiquito.
[entrevista a Bernardette, 17 años, estudiante, US]

Una mujer prefirió apelar al conocimiento de otras mercancías que les son más familiares, como por ejemplo las rajas de canela. En este caso, las ordenaciones realizadas tampoco fueron correctas.

Conviene resaltar que la mayoría de los adolescentes entrevistados se ubica en este grupo, y que aunque casi todos ellos terminaron su primaria y parte de la secundaria en el sistema *regular*, su historia personal no es muy favorable ni exitosa en lo académico.

Grupo C. Interpretación de la fracción a partir del denominador: mientras más grande sea el denominador, más chica la fracción, pues "se parte en más partecitas".

Tres de los entrevistados – todos de secundaria - hicieron un análisis más complejo de las fracciones, aunque igualmente insuficiente: tomaron como referencia el denominador, reconociendo que su sentido es señalar en cuántas partes se divide la unidad.

Grupo C. Interpretan la fracción a partir del denominador (mientras más grande sea el denominador, más chica la fracción, pues "se parte en más partecitas")				
Sujeto	**Centro**	**Nivel**	**Edad**	**Ocupación**
Oscar	INEPJA Semi-rural	S	16	Trabaja con su papá
Gertrudis	INEPJA Semi-rural	S	45	Hogar
Elodia	INEPJA Rural 1	S	40	Hogar

Establecer el razonamiento a partir de una centración en el denominador, llevó a suponer que ½ es mayor porque se parte en menos secciones y que 5/8 es menor porque está dividido en más partes:

> Entr: A ver entonces cómo te dio con respecto a ¿cuál es el clavo más grande?, ¿cuál es el clavo más grande?
> Oscar: El de ½ pulgada. Son menos pedazos, nada más son dos pedazos del interno.
> Entr: Dos pedazos del interno.
> Oscar: Media pulgada.
> Entr: ¿Y?
> Oscar: ¿Cuál es clavo más chico?
> Entr: ¿El clavo más chico, en este caso?
> Oscar: El de 5/8
> Entr: 5/8 ¿Y cómo supiste que es el más chico?
> Oscar: Porque son más pedazos que el de ¾
> Entr: Son más pedacitos
> Oscar: Son más pedacitos
> [entrevista a Oscar, 16 años, trabaja con su padre, IS]

Como se ve, de nuevo el razonamiento es incompleto, aunque también un avance en relación con el observado en el grupo **B**. Mientras en aquel grupo las interpretaciones ignoran el papel de cada uno de los términos de la fracción - el numerador numera las partes, el denominador define su tamaño en relación con la unidad - en el grupo **C** se identifica un reconocimiento al papel del denominador (indicador del número de partes), que parece constituir un avance hacia una interpretación relacional de la fracción.

Grupo D. Reconocimiento de la fracción como una parte de la unidad

Un adulto hizo una reflexión interesante a partir de las interrogantes planteadas en la situación de los clavos, aunque no pudo responder todo de manera correcta. Su análisis se dio en torno al reconocimiento de la parte que faltaría para completar la unidad: para completar la unidad a partir de ¾, faltaría ¼ (se utilizó un procedimiento aditivo para reconocer el sentido de la unidad: ¾ + ¼ = la unidad).

Grupo D. Reconocimiento de la fracción como una parte de la unidad.				
Sujeto	**Centro**	**Nivel**	**Edad**	**Ocupación**
Genaro	INEPJA Rural 1	P	28	Albañil

> Entr: ¿Sí te acuerdas de los clavos o estás sacando la comparación de los números?
> Genaro: De los números.
> Entr: Ah
> Genaro: O sea porque [es] un ¾ y le agrega otro ¼ y es uno completo.
> Entr: Ajá
> Genaro: Y este es ½
> Entr: Ah, ok ¿cuánto le tendrías que agregar al último para hacerlo completo?
> Genaro: ½ ...
> [entrevista a Genaro, 28 años, albañil, IP]

No se interrogó más a Genaro, pero no es descabellado suponer que – a partir de su conocimiento cotidiano sobre los medios y los cuartos – utiliza un razonamiento aditivo válido ("lo que falta para") para resolver la situación.

Es de notar que Genaro mostró mucho interés en resolver todos los problemas y si no sabía o no recordaba algún tema, buscaba algún procedimiento que resultara lógico para poderlo solucionar.

Respuestas correctas, con ayuda.

Por último, tenemos a los únicos tres entrevistados que contestaron correctamente las dos consignas de la situación planteada, pero como la ayuda del entrevistador fue tan evidente, consideramos que no reflejan las comprensiones previas de los entrevistados. Por esto, sólo se comentará el caso de Joel que tiene especial interés en términos didácticos.
En un primero momento Joel responde erróneamente todas las preguntas referentes a los clavos. Pero cuando la entrevistadora le ofrece la alternativa de representar los clavos y sus medidas mediante líneas con subdivisiones, comprendió de inmediato el problema. Esto nos muestra que los adultos cuentan con las intuiciones y experiencias suficientes como para comprender la noción de fracción. Y aunque la idea de aprovechar los conocimientos previos de jóvenes y adultos aparece como uno de los fundamentos psicopedagógicos del Modelo de Educación para la Vida y el Trabajo del INEA, podemos suponer que no se ha puesto en práctica con suficiencia, si tomamos en cuenta los resultados obtenidos por el conjunto de los entrevistados.

A continuación se transcribe el procedimiento seguido por Joel:

Entr: (Lee el problema de orden entre fracciones, Joel lo hace a la vez, sin que se le pida)
Entr: (Enfatiza): ¿Cuál es el clavo más grande?
Joel: El de cinco octavos de pulgada
Entr: ¿Es el más grande?
Joel: Sí
Entr: ¿Y el más chico?
Joel: El de media pulgada
Entr: ¿Cómo sabes que el clavo de 5/8 de pulgada es el más grande?
Joel: (Piensa aproximadamente un minuto. Hace una expresión que parece mostrar duda en su respuesta)
Entr: No te estoy diciendo que no está bien [tu respuesta], lo que quiero es que me digas por qué crees que el de 5/8 es el más grande
Joel: (Hace expresión de que ha caído en cuenta de que su respuesta no es correcta)
Entr: ¿Ya dudaste o qué?
Joel: Sí
Entr: O.K. entonces vuélvele a pensar
Joel: Sí, de hecho el más grande viene siendo la media pulgada
Entr: ¿Por qué?
Joel: Porque aquí te dice "media pulgada" (lento) y acá son pulgadas, dice "de pulgada" (enfático)
Entr: ¿Entonces el más grande es el de media pulgada?
Joel: Sí
Entr: ¿Podrías hacer un dibujito donde dibujaras, como si éste fuera un clavo (traza una línea horizontal) y éste otro (traza otra línea horizontal debajo de la otra) y éste otro (dibuja otra horizontal del mismo tamaño, debajo de las otras dos) y ahí nos dijeras de qué tamaño es el de ½, el de ¾ y el de 5/8?
Joel: ¿(Dibujo) el de tres pulgadas? (al parecer se refiere a ¾ de pulgada)
Entr: Sí, si quieres
Joel: (Marca sobre la línea):

______|______|______|______

Luego marca:

___________|___________

Entr: ¿Aquí es la media pulgada?
Joel: Pues sí, la mitad
Entr: ¿Y entonces qué es más chico, ¾ o ½?
Joel: El medio (risas)
Entr: Ahora ya nada más te falta saber el de 5/8
Joel: (Piensa, no anota nada sobre la línea)
Entr: Si son octavos, ¿en cuántos iría dividida la línea?
Joel: (Se queda pensativo)
Entr: En cuartos dividiste en cuatro, en medios dividiste en dos, ¿en octavos en cuantas partes tendrías que dividir?
Joel: En ocho
Entr: En ocho, si quieres hazlo
Joel: (lo hace al tanteo, no por mitades sucesivas, las va contando):

___|__|___|__|___|__|__|___

Entr: ¿Y en dónde son los cinco octavos?
Joel: Cuenta hasta cinco y remarca:

___|__|___|__|___|__|__|___

Luego dice: Cinco octavos
Entr: ¿Y entonces cuál clavo fue más grande? (las tres líneas están juntas, una debajo de la otra, es fácil observar el orden)
Joel: El de tres cuartos
Entr: Bueno, ¿entonces, tu respuesta inicial de 5/8?
Joel: Estuvo mal
[entrevista a Joel, 27 años, empleado, NP]

Conclusiones

Las fracciones son un concepto matemático complejo y difícil, tanto para los niños que las estudian en la escuela primaria y secundaria, como para los jóvenes y adultos que acuden a los servicios de educación básica. Sin embargo, a partir de lo que refieren otros estudios (por ejemplo, Soto y Rouche, 1995; Avila, 2006), esperábamos encontrar en las personas entrevistadas, por lo menos los usos y comprensiones derivados de la vida cotidiana. Pero los resultados son diferentes de los esperados, los usuarios de la EBPJA, al enfrentarse a problemas de fracciones presentados por escrito, no dan cuenta de conocimientos aprendidos en los distintos servicios y modalidades educativas, como tampoco reflejan aprendizajes importantes derivados de la experiencia en prácticas cotidianas o laborales.

De los 28 entrevistados, ninguno contestó correctamente el problema de fracciones (los tres que respondieron correctamente, lo hicieron con ayuda); siete parecen no tener idea de estos números cuando se les presentan por escrito; 14 sólo ven en las fracciones los números absolutos que las forman: reconocen de manera independiente los números y no las interpretan como una relación entre ambos; el resto de los entrevistados no logra responder con éxito las tareas propuestas. Sin duda hay una dificultad importante para transitar de la oralidad matemática propia de la vida cotidiana a la matemática escolar basada en la escritura, pero las preguntas obligadas son: ¿Qué ha hecho la EBPJA para favorecer los aprendizajes de este tema?, ¿qué puede hacer la EBPJA al respecto?

Una alternativa que parece viable, es trabajar con actividades de aprendizaje que involucren situaciones más cotidianas: kilos, litros, clavos, y con situaciones que incluyan representaciones gráficas de las fracciones, pues muchas de las personas que asisten a la EBPJA poseen intuiciones y experiencias de vida y escolares que pueden recuperarse en el proceso de aprendizaje formal de las matemáticas. Muchos de los materiales del INEA incluyen estas actividades y hacen uso de situaciones cotidianas para abordar el tema, entonces, ¿Qué están haciendo los centros de educación para jóvenes y adultos? Llegamos de nuevo al callejón sin salida: mientras la prioridad siga siendo entrenar a los usuarios para presentar exámenes, éstos difícilmente lograrán una verdadera formación matemática básica.